



**Departamento de Ciências e Tecnologia**

Universidade Aberta, Palácio Ceia,  
Rua da Escola Politécnica, 141-147,  
1269-001 Lisboa

**Coordenação do Doutoramento**

Prof. Doutor Fernando Pestana da Costa (Coordenador)

Prof. Doutor Pedro Serranho (Vice-Coordenador)

**Secretariado do Curso**

Dra Elisa Antunes

Telf.: (+351) 300 007 677

E-mail: [dmam\\_dcet@uab.pt](mailto:dmam_dcet@uab.pt)

Internet: <http://dmam.dcet.uab.pt>

v1.5

# **Doutoramento em Matemática Aplicada e Modelação**

Guia de curso

2017 – 2020

**Universidade Aberta**

## 1. INTRODUÇÃO

O Departamento de Ciências e Tecnologia (DCeT) da Universidade Aberta em conjunto com prestigiados especialistas portugueses e estrangeiros têm em oferta o curso de Doutoramento em Matemática Aplicada e Modelação (DMAM) para funcionamento em regime totalmente *online*.

A Modelação Matemática e Estatística é uma das áreas mais ativas e promissoras da investigação científica atual situando-se na fronteira entre a matemática e numerosas aplicações, que vão da engenharia às ciências da vida e da saúde, passando pela simulação, previsão ou análise de processos industriais, ecológicos ou naturais. Trata-se, por isso, de um tópico de enorme importância e com um grande potencial de atrair profissionais de diversas áreas.

O DMAM é um curso de 3º ciclo que confere o Grau de Doutor aos estudantes que obtiverem aprovação na parte curricular e na tese. Aos estudantes que obtenham apenas aprovação na parte curricular será atribuído o Diploma de Estudos Avançados em Matemática Aplicada e Modelação.

Encontra-se em fase de reconhecimento pelo Ministério da Educação e Ciência como habilitação para o grupo de recrutamento 230 (Matemática e Ciências da Natureza), 500 (Matemática) e 550 (Informática), para efeitos do artigo 54º do Estatuto da Carreira docente (DL nº 270/2009 de 30 de Setembro).

O presente Guia contém informação importante sobre o Curso, os objetivos, os destinatários, as matérias de estudo e outras informações relevantes. Constitui igualmente uma ferramenta de apoio na organização do estudo. Informação complementar pode ser obtida no sítio web: <http://dmam.dcet.uab.pt>

## 2. A CRIAÇÃO DO CURSO

Nos termos da Deliberação n.º 182/CC/2013 do Conselho Científico da Universidade Aberta em sessão de 26 de junho de 2013, e ao abrigo do disposto nos Decretos -Lei n.º 42/2005, de 22 de fevereiro, n.º 74/2006, de 24 de março, n.º 107/2008, de 25 de junho e n.º 230/2009 de 14 de setembro e da Deliberação da Agência de Avaliação e Acreditação do Ensino Superior n.º NCE/13/00926, de 11 de setembro de

2014, que acredita o curso por um período de 3 anos; e registado na Direção Geral do Ensino Superior com a referência n.º R/A—Cr 129/2014 foi criado o curso de Doutoramento em Matemática Aplicada e Modelação, tendo o respetivo regulamento, plano de estudos e créditos do ciclo de estudos, e grau académico, sido publicados no Despacho n.º 1072/2015 do Diário da República, 2.ª série - N.º 22 de 2 de fevereiro de 2015 e o respetivo aditamento no Despacho n.º 2300/2015 do Diário da República, 2.ª série - N.º 45 de 5 de março de 2015. O regulamento específico do curso deverá ser consultado na página do curso.

## 3. OS OBJETIVOS DO CURSO

O programa visa potenciar a área da matemática aplicada e modelação, fundamental para os serviços e a indústria de alto nível tecnológico. Pretende-se formar profissionais com uma sólida preparação nesta área específica do conhecimento que possam:

- i) reforçar cientificamente departamentos de I&D de empresas;
- ii) integrar departamentos académicos, centros de investigação e laboratórios associados;
- iii) potenciar a colaboração academia/empresa;
- iv) promover o reconhecimento da importância da matemática e da estatística para a descrição científica da realidade.

A utilização das atuais técnicas de ensino online permite a criação de equipas docentes em rede com uma enorme qualidade e completude, uma vez que congrega docentes ativos e discentes interessados, independentemente das suas localizações geográficas.

Espera-se que ao concluir o curso os alunos estejam capazes de:

- a) Conhecer e aplicar vários modelos matemáticos e estatísticos a situações reais, em várias áreas do conhecimento;
- b) Aplicar métodos analíticos, assintóticos, numéricos, ou de otimização para

solucionar esses modelos;

- c) Desenvolver de forma crítica e imaginativa, quer autonomamente quer integrando em equipas multidisciplinares de investigadores, modelos matemáticos ou estatísticos, bem como métodos inovadores para a respetiva análise;
- d) Gerir processos de inovação científica e tecnológica resultantes da introdução de novas tecnologias e metodologias, quer a nível teórico, quer ao nível das aplicações.

#### **4. AS METODOLOGIAS DE ENSINO-APRENDIZAGEM**

A Universidade Aberta é uma universidade centrada no estudante, e pratica o ensino a distância em regime de aprendizagem colaborativa *online*, em classe virtual, com comunicação assíncrona.

As horas de contacto com o docente acontecem primordialmente através da plataforma de *e-learning* ou, menos frequentemente, via outros meios telemáticos. Adicionalmente, serão organizados seminários sobre as temáticas do curso (e cursos de curta duração).

#### **5. O REGIME DE ENSINO**

O curso segue os princípios da declaração de Bolonha, no que respeita à estrutura e creditação, sendo lecionado em regime de ensino a distância, em classe virtual com recurso a uma plataforma de *e-learning* especializada e adotando o modelo pedagógico virtual da Universidade Aberta.

#### **6. OS ESPAÇOS E EQUIPAMENTOS**

Dada a especificidade do regime de ensino adotado no curso, a Universidade Aberta (universidade pública de ensino a distância) disponibiliza aos estudantes o Campus Virtual constituído pelos seguintes serviços:

- a) Plataforma de *e-learning* (baseada na tecnologia moodle);

- b) Coordenação do doutoramento em Matemática Aplicada e Modelação (área docente e área estudante),
- c) Secretaria *online*;
- d) Espaço *online* de socialização.

O computador pessoal do estudante constitui o seu espaço laboratorial primordial, de experimentação e desenvolvimento das atividades que lhe são propostas, para além de funcionar como canal de comunicação e partilha em contexto da turma virtual.

Os estudantes terão ainda disponíveis espaços laboratoriais físicos que poderão, caso necessário, ser utilizados para a realização de componentes presenciais do curso durante o primeiro ano curricular como também para o trabalho de preparação da tese.

Estes espaços estão localizados no campus da Universidade Aberta, nomeadamente:

- a) Serviços de Documentação;
- b) Instalações de Centros Locais de Aprendizagem da Universidade Aberta existentes em 16 locais de Portugal Continental e Açores, bem como em Maputo (Moçambique) e, brevemente, em Cabo Verde e Galiza (Espanha);

De futuro estarão também disponíveis instalações de instituições que se associem ao curso e que serão divulgadas oportunamente.

#### **7. OS PRÉ-REQUISITOS E DESTINATÁRIOS**

Podem candidatar-se ao doutoramento:

- a) os titulares do grau de mestre, ou equivalente legal, nas áreas da Matemática, Estatística, Física, Engenharia ou áreas afins;
- b) os titulares de grau de licenciado, ou equivalente legal, nas áreas da Matemática, Estatística, Física, Engenharia ou áreas afins, detentores de um currículo escolar, profissional, ou científico que seja reconhecido como

adequado pelo órgão competente da Universidade Aberta como atestando capacidade para a realização do doutoramento.

c) a título excecional, os detentores de um currículo escolar, profissional e científico excecional que seja reconhecido pelo órgão competente da Universidade Aberta como atestando capacidade para a realização do doutoramento.

A frequência do curso exige que os candidatos tenham acesso a computador com ligação à *Internet*, em banda larga, possuam conhecimentos suficientes de utilização informática e competências de leitura e compreensão em inglês. Algumas das unidades curriculares serão lecionadas em inglês pois é essa a língua dos professores. Mais ainda, algumas unidades curriculares têm pre-requisitos próprios para que o estudante possa acompanhar as atividades propostas.

## 8. O PERFIL DO DOUTOR EM MATEMÁTICA APLICADA E MODELAÇÃO

O doutor em Matemática Aplicada e Modelação deverá ser capaz de utilizar técnicas matemáticas de estado da arte para modelar, simular ou analisar processos complexos na área científica ou profissional do seu interesse.

Deverá ter conhecimentos sólidos em modelação matemática ou estatística, tanto na vertente teórica, como na aplicada e numérica. Um doutor em Matemática Aplicada e Modelação deverá ser capaz de transportar os conhecimentos adquiridos para a sua esfera profissional e contribuir para o desenvolvimento tecnológico da sua empresa.

## 9. AS CANDIDATURAS

Os candidatos devem formalizar a sua candidatura acedendo e preenchendo o formulário *online* que se encontra disponível em: <http://candidaturas.dmam.dcef.uab.pt>

A formalização da candidatura é realizada através de um requerimento dirigido ao Conselho Científico da Universidade Aberta onde o candidato expõe os motivos da sua candidatura, os objetivos que pretende atingir e as competências que pretende desenvolver, no âmbito do curso. A candidatura deve ser ainda instruída com os seguintes elementos:

- documentos comprovativos das habilitações de acesso ao doutoramento de que o candidato é titular;
- curriculum vitae* atualizado;
- outros documentos conforme descrito no respetivo Despacho de Abertura.

Os candidatos serão então seriadados com base nas habilitações académicas, experiência profissional discriminados no *Curriculum Vitae*.

Os candidatos portadores de grau superior, ao nível do Mestrado/Licenciatura, concluído fora do espaço Europeu, deverão instruir o processo de reconhecimento de habilitações para frequentarem o doutoramento, aquando do processo de candidatura, devendo acautelar a posse de documentos originais ou cópias autenticadas que comprovem versão digital desses documentos, caso sejam admitidos ao curso.

O calendário de **candidaturas, inscrições e matrículas** é o seguinte:

<b>CANDIDATURAS</b>	1 de março a 16 de abril de 2017 (1ª fase)  16 de maio a 2 de julho de 2017 (no caso de haver 2ª fase)  22 de agosto a 5 de setembro de 2017 (no caso de haver 3ª fase)
<b>MATRÍCULAS E INSCRIÇÕES</b>	<b>1º semestre:</b>  16 a 30 de maio de 2017 (1ª fase)

	25 de julho a 11 de agosto de 2017 (2ª fase) 21 de setembro a 1 de outubro de 2017 (3ª fase) <b>2º semestre:</b> 9 a 23 de janeiro de 2018
<b>MÓDULO DE AMBIENTAÇÃO ONLINE</b>	2 a 13 de outubro de 2017
<b>INÍCIO DAS ATIVIDADES LETIVAS</b>	9 de outubro de 2017

O número mínimo de inscrições no curso de Doutoramento em Matemática Aplicada e Modelação é de 8 e o *numerus clausus* é de 25.

## 10. AS PROPINAS

Consultar <http://portal.uab.pt/pagamentos/>.

## 11. O GRAU E O DIPLOMA DO CURSO

A concessão do grau de Doutor é feita mediante a frequência e aprovação da parte escolar (1º ano letivo) e ainda a elaboração de uma tese científica quando aprovada em provas públicas, de acordo com o previsto nos n.º 1 e 3 do art.º 31 do Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de março, com as alterações introduzidas pelo Decreto-Lei n.º 230/2009, de 14 de Novembro, e também com o regulamento específico deste doutoramento.

O grau de Doutor será conferido em Matemática Aplicada e Modelação. O grau de Doutor é certificado por uma Carta Doutral e respetivo suplemento ao diploma.

A aprovação na parte escolar do curso confere o direito a um Diploma de Estudos Avançados em Matemática Aplicada e Modelação.

## 12. A ORGANIZAÇÃO DO CURSO

O curso inclui um primeiro ano de parte escolar que constitui um curso avançado em Matemática Aplicada e Modelação, correspondente a 60 créditos ECTS. Em ambos os semestres do 1º ano, o estudante pode ter unidades curriculares opcionais, que devem ser escolhidas de forma a perfazer um total de 60 ECTS.

Cada semestre desenvolve-se durante um período de 20 semanas, estando 5 semanas dedicadas a atividades de avaliação final. Não são consideradas para os efeitos desta contagem as duas semanas tradicionalmente reservadas a férias do Natal e a semana reservada a férias da Páscoa.

\* **1º SEMESTRE** – de 09/10/2017 a 28/02/2018

\* **2º SEMESTRE** – de 05/03/2018 a 31/07/2018

O primeiro semestre é antecipado por um módulo inicial totalmente virtual – *Ambientação Online* – destinado a ambientar os estudantes ao contexto virtual e às ferramentas de *e-learning*.

O pedido de admissão à preparação da Tese deverá ser formalizado até 30 dias úteis após a aprovação na parte escolar.

O segundo e terceiro ano do doutoramento são reservados para a preparação de uma Tese correspondendo a 120 créditos ECTS. O total dos três anos do doutoramento correspondem a 180 créditos ECTS.

## 13. O ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO EM REGIME DE TEMPO INTEGRAL

O estudante que frequente o doutoramento em tempo integral deverá concluí-lo em 6 semestre letivos (3 anos).

## 14. O ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO EM REGIME DE TEMPO PARCIAL

É estudante a tempo parcial aquele(a) que, no ato da matrícula e inscrição no ano letivo, e apenas nesse momento, se inscrever num mínimo de 20% e num máximo de 50% dos créditos (ECTS). Assim poderá inscrever-se no 1º ano de cada edição do doutoramento a um número máximo de unidades curriculares totalizando 30 ECTS e a um número mínimo totalizando 10 ECTS.

O máximo período de tempo permitido para preparar a tese é de 4 anos. Este período somado ao tempo de realização da componente curricular não poderá ultrapassar o limite de 6 anos.

## 15. O MODELO PEDAGÓGICO

O Doutoramento em Matemática Aplicada e Modelação rege-se por um modelo pedagógico próprio, especificamente concebido para o ensino virtual na Universidade Aberta.

Este modelo tem os seguintes 3 princípios:

1. O ensino é centrado no estudante, o que significa que o estudante é ativo e responsável pela construção do conhecimento;
2. O ensino é baseado na flexibilidade de acesso à aprendizagem (conteúdos, atividades de aprendizagem, grupo de aprendizagem), tanto em termos temporais como geográficos, de acordo com a disponibilidade do estudante. Este princípio concretiza-se na primazia da comunicação assíncrona o que permite a não-coincidência de espaço e não-coincidência de tempo já que a comunicação e a interação se processam à medida que é conveniente para o estudante, possibilitando-lhe tempo definido para ler, processar a informação, experimentar, refletir e, então, dialogar ou interagir (responder);
3. O ensino é baseado na interação diversificada quer entre estudante-professor e entre estudante-estudante, quer ainda entre o estudante e os recursos de aprendizagem, sendo socialmente contextualizada.

Com base nestes princípios encontrará dois elementos vitais no processo de aprendizagem:

**A CLASSE VIRTUAL:** O estudante integrará uma turma virtual onde têm acesso os professores do curso e aos restantes estudantes. As atividades de

aprendizagem ocorrem neste espaço virtual e são realizadas *online*, com recurso a dispositivos de comunicação diversos. Deve ser entendida como um espaço multifuncional que agrega uma série de recursos, distribuídos por diversos espaços de trabalho coletivos e onde se processa a interação entre professor-estudante e estudante-estudante. A comunicação é essencialmente assíncrona e por isso, baseada na escrita e/ou outras formas de expressão não efémeras.

**O CONTRATO DE APRENDIZAGEM:** O professor de cada unidade curricular irá propor à turma um contrato de aprendizagem. Neste contrato está definido um percurso de trabalho organizado e orientado com base em atividades previstas previamente, apoiando-se na autoaprendizagem e na aprendizagem colaborativa. Com base nos materiais de aprendizagem organizados e disponibilizados, o professor da unidade curricular organiza e delimita zonas temporais de autoaprendizagem (com base em documentos, bibliografia, pesquisa, análise, avaliação, experimentação de ferramentas, realização, etc.) e zonas de interação diversificada na turma virtual, intra-grupo geral de estudantes, intra-pequenos grupos de estudantes, ou entre estudantes e professor.

## 16. O TEMPO DE ESTUDO E DE APRENDIZAGEM

Aprender a distância numa classe virtual implica que não se encontrará nem no mesmo local que os seus professores e colegas, nem à mesma hora, ou seja, é uma aprendizagem que lhe dá flexibilidade porque é independente do tempo e do local onde se encontra.

Naturalmente que implica tempo dedicado ao estudo e à aprendizagem. Assim, cada unidade curricular tem definido o número de horas de estudo e trabalho efetivo que se esperam de si: as unidades de ECTS.

Deverá, assim, ter em consideração que, cada unidade de crédito (1 ECTS) corresponde a **26 horas de trabalho efetivo** de estudo, de acordo com o Regulamento de Aplicação do Sistema de Unidades de Crédito ECTS da Universidade Aberta, o que inclui, por exemplo, a leitura de documentos diversos, a resolução das atividades *online* e *offline*, a experimentação e uso individual e em grupo de ferramentas próprias, a leitura de mensagens, a

elaboração de documentos pessoais, a participação nas discussões assíncronas, e o trabalho requerido para a avaliação e classificação.

## 17. OS RECURSOS DE APRENDIZAGEM

Nas diferentes unidades curriculares ser-lhe-á pedido que trabalhe e estude apoiando-se em diversos recursos de aprendizagem desde textos escritos, livros, recursos web, objetos de aprendizagem, entre outros e em diversos formatos.

Embora alguns recursos sejam digitais e fornecidos *online* no contexto da classe virtual, existem outros, como livros e/ou ferramentas informáticas de criação digital, que deverão ser adquiridos pelo estudante no início do curso para garantir as condições essenciais à sua aprendizagem no momento em que necessitar desse recurso.

## 18. A AVALIAÇÃO E A CLASSIFICAÇÃO

A avaliação da parte curricular abarcará usualmente uma dimensão de cariz contínuo, i.e., baseada na qualidade das questões e problemáticas que o estudante vai colocando ao seu docente/tutor e em atividades desenvolvidas ao longo do semestre, individuais ou em grupo.

A avaliação final, de carácter individual, não pode ultrapassar 40% da classificação final.

A aprovação na parte curricular do curso requer aprovação em seis unidades curriculares, com uma classificação igual ou superior a 10 valores em cada uma.

## 19. A COORDENAÇÃO DO CURSO

São órgãos de gestão do curso o Coordenador do Doutoramento, o Vice-coordenador do Doutoramento.

Esta equipa apoiará o seu processo de aprendizagem pessoal ao longo do curso, através de um conjunto de mecanismos de suporte pedagógico ao estudante, nomeadamente:

- a) coordenando e dinamizando um espaço virtual dedicado ao acompanhamento pedagógico dos estudantes inscritos ao longo do curso;
- b) organizando e dinamizando um módulo de ambientação *online*, para os estudantes admitidos no curso;
- c) organizando e dinamizando um espaço de socialização (plataforma SOL) com funções de local informal de encontro de estudantes e professores do curso;
- d) coordenando a organização das diferentes unidades curriculares que compõem o curso e o seu funcionamento geral;
- e) efetuando a articulação da atuação pedagógica de toda a equipa docente do curso;
- f) apoiando os estudantes na seleção de temáticas conducentes à investigação para a tese;
- g) organizando os seminários que permitirão aos alunos ter uma panorâmica geral sobre a área científica.

## 20. A EQUIPA DOCENTE

O processo de aprendizagem será apoiado por uma equipa docente constituída por especialistas nas diversas áreas de estudo e que são responsáveis pela lecionação das unidades curriculares do curso:

Prof. Doutor Angel Juan  
Prof. Doutor Amílcar Oliveira  
Prof. Doutora Catarina S Nunes  
Prof. Doutor Henry von Roessel  
Prof. Doutor Jonathan Wattis  
Prof. Doutor Luís Cavique  
Prof. Doutor Michael Grinfeld  
Prof. Doutor Pedro Serranho

Prof. Doutora Teresa Oliveira

A esses juntar-se-ão investigadores de grande relevo, para seminários de uma hora.

## 21. A AMBIENTAÇÃO ONLINE

Este módulo é prévio ao curso com uma duração de cerca de 2 semanas. Trata-se de um módulo prático, com uma orientação centrada no saber-fazer.

Com este módulo prévio pretende-se que, enquanto estudante da Universidade Aberta, domine as características do ambiente *online*, adquirindo competências diversas que sejam o garante duma aprendizagem *online* com sucesso. Assim, no final deste módulo deverá:

- ter adquirido competências no uso dos recursos tecnológicos disponíveis neste ambiente *online* (saber-fazer);
- ter adquirido confiança em diferentes modalidades comunicação disponíveis neste ambiente *online* (saber-comunicar), nomeadamente na comunicação assíncrona;
- ter adquirido competências em diferentes modalidades de aprendizagem e trabalho *online*: autoaprendizagem, aprendizagem colaborativa, aprendizagem a pares, aprendizagem com apoio de recursos.
- ter adquirido e aplicado as competências gerais de utilização da *Internet* (comunicação, pesquisa, gestão e avaliação de informação) ao ambiente *online* onde irá decorrer o seu curso: saber usar as ferramentas de comunicação, saber trabalhar em grupos *online*, saber-fazer pesquisa e consulta de informação na *Internet*.
- ter adquirido e aplicado as regras de convivência social específicas da comunicação em ambientes *online* (saber relacionar-se).
- ter adquirido os conhecimentos que lhe permitam escrever expressões matemáticas nos fóruns da plataforma de e-learning utilizando a linguagem LaTeX a fim de possibilitar um modo rápido e fácil de interação com estudantes e docentes.

## 22. O SECRETARIADO DO CURSO

Para qualquer esclarecimento relativo ao curso pode contactar-se o secretariado por email ou por telefone nas horas de expediente (9h00 as 17h30, hora de Portugal continental), para os contactos indicado na folha de rosto.

## 23. AS UNIDADES CURRICULARES

Apresentam-se a seguir as sinopses das unidades curriculares do curso. Todas as unidades curriculares são opcionais e nem todas estarão em oferta em todas as edições.

### ANÁLISE ASSINTÓTICA 10 ECTS | SEMESTRAL | 1º SEM

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências nalguns métodos de análise assintótica, particularmente em métodos assintóticos clássicos (expansão de integrais e expansão de soluções de equações diferenciais) e perturbações singulares (expansões assintóticas, teoria WKB e o método de escalas múltiplas).

**Competências:** Após a conclusão desta UC o estudante deverá:

- Conhecer os métodos assintóticos e de perturbação que foram estudados e a sua aplicação para aproximar soluções de equações diferenciais ordinárias e parciais;
- Ter adquirido familiaridade suficiente com o tipo de argumentos e técnicas utilizados nos exemplos estudados, para que possa aplicá-los a diferentes contextos, e continuar a produzir trabalhos originais de investigação original nesses assuntos.

**Pré-requisitos:** Conhecimentos ao nível de licenciatura de análise real, análise complexa, equações diferenciais ordinárias e equações diferenciais com derivadas parciais.



**Bibliografia Básica:**

- Bender, Orszag: Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers I: Asymptotic Methods and Perturbation Theory, Springer, 2010;
- Miller: Applied Asymptotic Analysis, AMS, 2006;
- Skinner: Singular Perturbation Theory, Springer, 2011;

---

**ANÁLISE NÃO LINEAR 10 ECTS | SEMESTRAL | 1º SEM**

---

**(NÃO FUNCIONA EM 2017/18)**

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências em alguns métodos de análise matemática não linear, particularmente em métodos topológicos (teoremas de grau e teoremas de ponto fixo), métodos variacionais (extremos de funcionais em espaços de Banach e Hilbert, métodos min-max) e suas aplicações ao estudo de problemas de existência de soluções e de bifurcações em problemas elípticos semilineares.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- conhecer os métodos topológicos e variacionais estudados e a sua aplicação a problemas de existência e bifurcação de soluções de problemas elípticos semilineares;
- Ter adquirido familiaridade suficiente com o tipo de argumentos e técnicas utilizados nos exemplos estudados, para que possa aplicá-los a diferentes contextos, e continuar a produzir trabalhos originais de investigação original nesses assuntos.

**Bibliografia Básica:**

- Ambrosetti, Malchiodi: Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems, Cambridge UP, 2007;
- Ciarlet: Linear and Nonlinear Functional Analysis with Applications, SIAM, 2013;
- Drábek, Milota: Methods of Nonlinear Analysis, 2nd Ed., Birkhauser, 2013;

---

**ANÁLISE NÃO-STANDARD 10 ECTS | SEMESTRAL | 1º SEM**

---

**(NÃO FUNCIONA EM 2017/18)**

**Sinopse:** A UC contém uma introdução axiomática à Análise Não-Standard. Além disso os objetivos são o desenvolvimento do cálculo dos números infinitesimais e infinitamente grandes e outras ordens de grandeza, e uma introdução às noções básicas não-standard da análise: S-continuidade, S-diferenciabilidade e S-integrabilidade.

**Competências:** os objetivos da unidade são:

- Saber formalizar e manipular ordens de grandeza de números.
- Domínio da aplicabilidade e das limitações do princípio de indução matemática e dos princípios de permanência.
- Domínio dos diversos tipos de regularidade e irregularidade não-standard, incluindo de estruturas e construções discretas de passo infinitesimal.
- Domínio de cálculos assintóticos e de mudança de escala.
- Domínio da natureza dos problemas onde a análise não standard tem relevância, em particular problemas onde intervêm diversas ordens de grandeza, problemas com interações entre o discreto e o contínuo e problemas com transições imprecisas.

**Bibliografia Básica:**

- Diener, Diener: Nonstandard analysis in practice, Springer, 1995;
- Oliveira, van den Berg: Matemática N<sup>o</sup> ao Standard, Gulbenkian, 2007;
- Nelson: Radically Elementary Probability Theory, Princeton, 1987;

---

**APLICAÇÕES DA ANÁLISE NÃO-STANDARD 10 ECTS | SEMESTRAL | 2º SEM**

---

**(NÃO FUNCIONA EM 2017/18)**

**Sinopse:** Esta UC visa preparar os estudantes para a investigação em áreas de aplicação dos métodos não-standard. Os temas encontram-se de entre as

áreas das perturbações singulares, dos sistemas de estrutura variável, do cálculo assintótico ou da matemática financeira.

**Competências:** As competências visadas que são transversais a todos os módulos são:

- Distinguir e modelar ordens de grandeza nas quantidades envolvidas em problemas científicos.
- Localizar os domínios de validade de raciocínios baseados sobre ordens de grandeza e ligá-los pelos Princípios de Permanência.
- Aplicar mudanças de escalas de tipo microscópio/macrocópio.
- Ligar diversos tipos de regularidade e irregularidade não-standard.
- Aplicar cálculos assintóticos avançados em problemas científicos.

**Bibliografia Básica:**

- di Bernardo et al: Piecewise-smooth Dynamical Systems, Springer, 2008;
- Filippov: Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides, Kluwer, 1998;
- van den Berg: Principles of Infinitesimal Stochastic and Financial Analysis, World Scientific, 2001;

---

**EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS** 10 ECTS | SEMESTRAL | 1º SEM

**(NÃO FUNCIONA EM 2017/18)**

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências fundamentais acerca dos princípios, conceitos e técnicas das Equações Diferenciais Ordinárias, com ênfase para os aspetos de teoria qualitativa (conjugações, estabilidade, bifurcações, etc.).

**Competências:** Ao concluir esta unidade curricular o estudante deverá estar capaz de:

- conhecer os métodos estudados, os principais teoremas e suas demonstrações;

- ter adquirido familiaridade com o tipo de argumentos e técnicas utilizadas na demonstração dos resultados estudados que lhe permita, quer a posterior aplicação a contextos diversos, quer a prossecução de estudos de investigação original nestes assuntos.

**Pré-requisitos:** Conhecimentos ao nível de licenciatura de equações diferenciais ordinárias, de análise real e álgebra linear.

**Bibliografia Básica:**

- Hale: Ordinary Differential Equations, Dover, 2009;
- Hartman: Ordinary Differential Equations, 2<sup>nd</sup> Ed., Classics in Applied Mathematics vol. 38, SIAM, 2002;
- Barreira & Valls: Equações Diferenciais: Teoria Qualitativa, IST Press, 2010;

---

**MODELAÇÃO ESTATÍSTICA I** 10 ECTS | SEMESTRAL | 1º SEM

**Sinopse:** Esta UC tem como objetivo fornecer uma formação base sólida em métodos de modelação estatística ao nível dos modelos lineares clássicos e modelos lineares generalizados.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- Conhecer os conceitos básicos da teoria dos modelos lineares, tendo como perspectiva a sua aplicação em contextos práticos;
- Identificar vantagens e desvantagens de aplicação de um modelo num determinado contexto;
- Dominar software específico que lhe venha a ser útil na compreensão e aplicação de técnicas de modelação estatística.
- Tratar problemas envolvendo modelação estatística em diferentes contextos.

**Bibliografia Básica:**

- Faraway: Extending the Linear Model with R. Generalized Linear, Mixed Effects and Nonparametric Regression Models, Chapman & Hall, 2006;

- Kutner, Nachtsheim, Neter: Applied Linear Statistical Models, 5th Ed., McGraw-Hill, 2004;
- Draper, Smith: Applied Regression Analysis, 3th. Ed., Wiley, 1998;

---

### MODELAÇÃO ESTATÍSTICA II 10 ECTS | SEMESTRAL | 2º SEM

---

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências em alguns métodos de modelação estatística especialmente utilizados no estudo de séries temporais. A UC aborda duas perspetivas essenciais, o estudo no âmbito do domínio do tempo com recurso à extensão de modelos lineares e o estudo através do domínio da frequência e as suas ferramentas fundamentais.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- conhecer os conceitos e os métodos de modelação de séries temporais univariadas que são estudados e realizar aplicações com apoio de software estatístico;
- ser capaz de identificar as vantagens e desvantagens de um tipo de modelação para situações concretas e reconhecer a complementaridade de abordagens;
- ter adquirido familiaridade com os tipos de modelação e a derivação dos testes de significância estudados, que lhe permita fazer a escolha mais adequada a um contexto e objetivo concretos e investigar novas metodologias/testes ou melhorar metodologias existentes.

**Bibliografia Básica:**

- Woodward, Gray, Elliott: Applied Time Series Analysis, CRC Press, 2011
- Bloomfield: Fourier Analysis of Time Series: An Introduction, 2nd ed, Wiley, 2000
- Pedrycz, Chen: Time Series Analysis, Modeling and Applications: A Computational Intelligence Perspective, Springer, 2012

---

### MODELAÇÃO MATEMÁTICA I 10 ECTS | SEMESTRAL | 1º SEM

---

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências em alguns métodos de modelação matemática, particularmente nas aplicações à biologia.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- conhecer os objetivos e fundamentos filosóficos da modelação em ciências aplicadas, e perceber as suas limitações e utilizações;
- ser capaz de formular, adimensionalizar, e estudar tanto analiticamente, como utilizando métodos computacionais, modelos de diferentes contextos biológicos (ecologia, evolução, fisiologia, bioquímica) no quadro apropriado das equações determinísticas, das equações estocásticas, das equações às diferenças e das equações com atraso.

**Pré-requisitos:** Conhecimentos ao nível de licenciatura de equações diferenciais ordinárias, de equações às diferenças e, de álgebra linear

**Bibliografia Básica:**

- Cushing: An Introduction to Structured Population Dynamics, SIAM, 1998
- Erneux: Applied Delay Differential Equations, Springer, 2008
- Murray: Mathematical Biology, 2nd ed. Vol 1 & 2, Springer, 1993

---

### MODELAÇÃO MATEMÁTICA II 10 ECTS | SEMESTRAL | 2º SEM

---

**Sinopse:** Esta Unidade Curricular (UC) visa proporcionar experiência e competência na conversão de problemas do mundo real em equações matemáticas, em particular, a formulação de problemas que dão origem a equações diferenciais parciais.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- formular um sistema bem posto de equações de um problema físico;
- estar ciente da importância e dos efeitos das condições de fronteira;
- estar familiarizado com as técnicas comuns de simplificação de EDPs, por exemplo, a separação de variáveis, soluções de semelhança, que dão

origem a equações diferenciais ordinárias, bem como a solução numérica usando Octave/Matlab.

- analisar as equações resultantes para encontrar propriedades úteis e soluções;

interpretar propriedades e soluções em termos do comportamento do problema inicial.

**Pré-requisitos:** Conhecimentos ao nível de licenciatura de equações às derivadas parciais, e de análise real.

**Bibliografia Básica:**

- Fulford, Broadbridge: Industrial mathematics, Cambridge UP, 2002
- Howison: Practical applied mathematics: modelling, analysis, approximation, Cambridge UP, 2005
- Tayler: Mathematical models in applied mechanics, Oxford UP, 2001

---

**MÉTODOS NUMÉRICOS PARA EQUAÇÕES DIFERENCIAIS COM DERIVADAS PARCIAIS** 10 ECTS | SEMESTRAL | 2º SEM

---

**(NÃO FUNCIONA EM 2017/18)**

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências fundamentais para a resolução numérica de vários tipos de equações diferenciais parciais.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- Classificar uma equação diferencial às derivadas parciais como elítica, parabólica ou hiperbólica;
- Definir solução fundamental e a sua importância para a resolução de equações elíticas;
- Reconhecer e aproximar numericamente as representações de soluções em potenciais de camada;
- Reconhecer e aplicar métodos numéricos para aproximar a solução de vários tipos de equações diferenciais;

**Pré-requisitos:** Conhecimentos ao nível de licenciatura de equações às derivadas parciais, de Análise real e Álgebra linear. É necessário algum contacto prévio com uma linguagem de programação para cálculo científico, como por exemplo o Octave/MatLab.

**Bibliografia Básica:**

- Lui: Numerical Analysis of Partial Differential Equations, Wiley, 2012,
- Quarteroni, A. Valli, Numerical Approximation of Partial Differential Equations, Springer, 1994;
- Thomas, Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods, Springer, 1995;

---

**OTIMIZAÇÃO I** 10 ECTS | SEMESTRAL | 1º SEM

---

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências fundamentais acerca dos princípios, conceitos e técnicas das seguintes subáreas da Otimização: formulação em programação linear, otimização combinatória e determinação dos limites superiores e inferiores (heurísticas e relaxações).

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- Reconhecer o papel a importância da Otimização Combinatória no contexto mais geral da Otimização;
- Identificar os principais métodos e técnicas de Otimização Combinatória para grandes volumes de dados;
- Aplicar técnicas de Otimização em contexto experimental.

**Pré-requisitos:** Conhecimentos ao nível de licenciatura de álgebra linear, programação linear e fundamentos de linguagem de programação.

**Bibliografia Básica:**

- Luna, Goldbarg: Otimização combinatória e programação linear, Editora Campus, 2005;

• Nemhauser, Wolsey: Integer and Combinatorial Optimization, Wiley, 1999;

• Talbi: Metaheuristics: From Design to Implementation, Wiley, 2009;

---

#### OTIMIZAÇÃO II 10 ECTS | SEMESTRAL | 2º SEM

---

**Sinopse:** Esta unidade tem como objetivo proporcionar conhecimentos e habilidades sobre os princípios, conceitos e técnicas dos seguintes subcampos de otimização: otimização estocástica, otimização sob incerteza, a simulação-otimização, simheuristics, aplicações de otimização para os problemas da vida real dos serviços e das indústrias transformadoras (logística, transporte, produção, etc.)

**Competências:** Finalizando esta UC, o aluno deverá ser capaz de:

- Reconhecer a importância da otimização estocástica combinatória no contexto geral de otimização;
- Identificar os principais métodos e técnicas de simulação-otimização e simheuristics para problemas de otimização sob cenários de incerteza;
- Aplicar técnicas de simulação-otimização para resolver os problemas reais de otimização estocástica nos serviços e indústrias de manufatura.

**Pré-requisitos:** Conhecimentos satisfatórios de otimização (seja por ter completado com sucesso a UC de Otimização I, seja por tê-los adquirido de outro modo); embora não seja obrigatório, é fortemente recomendada alguma experiência básica em programação em Java, C#, or C/C++.

#### Bibliografia Básica:

• Spall: Introduction to Stochastic Search and Optimization, Wiley, 2003

• El-Ghazali Talbi: Metaheuristics: From Design to Implementation, Wiley 2009

• Faulin & Juan & Grasman, Fry (eds.): Decision Making in Service Industries: A Practical Approach, CRC Press

---

#### PROBABILIDADE 10 ECTS | SEMESTRAL | 1º SEM

---

**(NÃO FUNCIONA EM 2017/18)**

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências em teoria de probabilidades necessários para a análise e tratamento de fenômenos aleatórios não triviais.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- conhecer os métodos fundamentais para o estudo de equação diferencial estocásticas ou para a construção de um processo de Markov;
- aplicar os resultados anteriores a problemas concretos de modelação;
- ter adquirido familiaridade com o tipo de argumentos e técnicas utilizadas na demonstração dos resultados estudados que lhe permita, quer a posterior aplicação a contextos diversos, quer a prossecução de estudos de investigação original nestes assuntos.

**Pré-requisitos:** Conhecimentos básicos de espaços de Banach e de Hilbert.

#### Bibliografia Básica:

• Bass, Stochastic Processes, Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics vol. 33, Cambridge University Press, 2011

Friedman, A., Stochastic Differential Equations and Applications, Dover, 2006

• Malliavin, P., Integration and Probability, Graduate Texts in Mathematics Vol. 157, Springer, 1995

• Kallenberg, Foundations of Modern Probability, 2nd Edition, Probability and Its Applications, Springer, 2002.

---

#### PROBLEMAS DE EVOLUÇÃO 10 ECTS | SEMESTRAL | 2º SEM

---

**(NÃO FUNCIONA EM 2017/18)**

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências em teoria de semigrupos de operadores lineares aplicados ao estudo de problemas de evolução de diversos tipos.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- conhecer os resultados mais importantes da teoria dos semigrupos de operadores lineares em espaços de Banach; semigrupos fortemente contínuos, dissipativos, analíticos, subestocásticos, e positivos;
- conhecer os resultados básicos da teoria clássica da perturbação de semigrupos e da teoria de perturbações positivas de operadores positivos;
- conhecer as aplicações dos resultados anteriores a alguns problemas de modelação (problemas de nascimento-morte, fragmentação, crescimento-decaimento, etc.)
- ter adquirido familiaridade com o tipo de argumentos e técnicas utilizadas na demonstração dos resultados estudados que lhe permita, quer a posterior aplicação a contextos diversos, quer a prossecução de estudos de investigação original nestes assuntos.

**Pré-requisitos:** Conhecimentos ao nível de licenciatura de equações diferenciais e de análise real. Conhecimentos básicos de análise funcional, nomeadamente de espaços de Banach e de Hilbert.

#### **Bibliografia Básica:**

- Banasiak & Arlotti, *Perturbations of Positive Semigroups with Applications*, Springer Monographs in Mathematics, Springer, 2006
- Engel & Nagel, *One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations*, Graduate Texts in Mathematics vol. 194, Springer, 2000
- Pazy, *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences vol. 44, Springer, 1983

---

**PROBLEMAS INVERSOS E IMAGIOLOGIA MÉDICA** 10 ECTS | SEMESTRAL  
| 2º SEM

---

#### **(FUNCIONA NO 1º SEMESTRE EM 2017/18)**

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar os conhecimentos e competências fundamentais para a modelação matemática de problemas inversos associados a algumas modalidades de imagiologia médica, assim como explorar métodos numéricos para a sua resolução.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá estar capaz de:

- Reconhecer um problema inverso e as dificuldades inerentes;
- Identificar a modelação matemática de problemas de imagiologia médica como um problema inverso;
- Reconhecer a modelação matemática da tomografia computadorizada, em termos da transformada de Radon;
- Reconhecer a modelação matemática da ultrassonografia em termos propagação de ondas acústicas em meios não homogéneos;
- Identificar e aplicar métodos numéricos para resolver os problemas inversos anteriores;

**Pré-requisitos:** Conhecimentos ao nível de licenciatura de equações às derivadas parciais, de Análise real e Álgebra linear. É necessário algum contacto prévio com uma linguagem de programação para cálculo científico, como por exemplo o Octave/MatLab.

#### **Bibliografia Básica:**

- Colton, Kress: *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering*, Springer, 2012
- Natterer; *The Mathematics of Computerized Tomography*, SIAM, 2001;
- Natterer, Wuebling: *Mathematical Methods in Image Reconstruction*, SIAM, 2001;

---

**TÓPICOS DE ESTATÍSTICA MATEMÁTICA** 10 ECTS | SEMESTRAL | 2º SEM

---

**Sinopse:** Esta UC visa proporcionar conhecimentos e competências em modelação estatística e inferência. A UC aborda três componentes: o estudo de resultados preliminares e noções inferenciais; a análise e desenvolvimento de regressões multilíneas; o estudo de equações lineares simultâneas e equações estruturais, baseadas em estruturas de covariâncias e em mínimos quadrados parciais.

**Competências:** Ao concluir esta UC o estudante deverá ser capaz de:

- conhecer os conceitos e os métodos inferenciais e realizar aplicações com apoio de software estatístico;
- desenvolver e aplicar regressões multilíneas, nomeadamente a bases de dados reais com apoio computacional, identificando e interpretando soluções ótimas no apoio à decisão;
- ter familiaridade com os tipos de equações lineares simultâneas e equações estruturais;
- investigar a aplicar novas metodologias, bem como proceder a melhorias das metodologias existentes;
- explorar aplicações das metodologias estudadas com recurso a bases de dados reais.

**Bibliografia Básica:**

- Hoyle, R.H. (2012). Handbook of Structural Equation Modeling. The Guilford Press.
- Rao, C. R. & Turtenburg, H. (1998) Linear Models: Least Squares and Alternatives 2nd ed Springer.
- Muller, K. E & Stevent, K. E. (2006) Linear Theory: Univariate, Multivariate and Mixed Models John Willey & Sons.

## APÊNDICE - NORMAS ESPECÍFICAS

### UNIVERSIDADE CONFERENTE DO GRAU

---

Os estudantes que concluírem com sucesso o curso de Doutoramento em Matemática Aplicação e Modelação ficarão com o grau de Doutor conferido pela Universidade Aberta.

### OBJETIVOS

---

1. Espera-se que ao concluir o curso os alunos estejam capazes de:
  - a) Conhecer e aplicar vários modelos matemáticos e estatísticos a situações reais, em várias áreas do conhecimento;
  - b) Aplicar métodos analíticos, assintóticos, numéricos, ou de otimização para solucionar esses modelos;
  - c) Desenvolver de forma crítica e imaginativa, quer autonomamente quer integrado em equipas multidisciplinares de investigadores, modelos matemáticos ou estatísticos, bem como métodos inovadores para a respetiva análise;
  - d) Gerir processos de inovação científica e tecnológica resultantes da introdução de novas tecnologias e metodologias, quer a nível teórico, quer ao nível das aplicações.

### ESTRUTURA CURRICULAR E PLANO DE ESTUDOS

---

1. O Doutoramento é organizado segundo o sistema europeu de créditos curriculares (ECTS - *European Credit Transfer and Accumulation System*) e inclui a parte curricular com 60 ECTS e a elaboração de uma tese correspondendo a 120 ECTS.
2. O número total de unidades de crédito necessário à atribuição do grau é de 180 ECTS.
3. As áreas científicas do Doutoramento são: Matemática (Mat) com 220 ECTS opcionais, Estatística (Est) com 170 ECTS opcionais e Informática (Inf) com 10 ECTS opcionais, conforme o anexo I.
4. A organização do plano de estudos é explicitada no anexo II.

## **GRAU DE DOUTOR**

---

1. A concessão do grau de Doutor é feita mediante a frequência e aprovação do Curso de Doutorado e pela aprovação no ato público de defesa de tese original de acordo com o previsto nos n.º 1 e 3 do art.º 31 do Decreto-lei n.º 74/2006, de 24 de março, com as alterações introduzidas pelo Decreto-Lei n.º 230/2009, de 14 de novembro.
2. O grau de Doutor será conferido em Matemática Aplicada e Modelação.
3. A titularidade do grau de Doutor é comprovada por certidão de registo e para os estudantes que o requeiram, por carta doutoral. Estes documentos devem ser acompanhados de Suplemento ao Diploma.

## **REGIME DE FUNCIONAMENTO, DURAÇÃO, SUSPENSÃO E CERTIFICAÇÃO**

---

1. O Doutorado é lecionado:
  - a. por docentes dos domínios científicos da matemática e estatística, da unidade orgânica que acolhe a área de matemática e estatística, adiante designada por Secção de Matemática;
  - b. por docentes da unidade orgânica que acolhe a área de informática, adiante designada por Secção de Informática;
  - c. por docentes estrangeiros e/ou nacionais.
2. O Doutorado funciona em ensino a distância, em classe virtual recorrendo a plataforma de *e-learning*.
3. O Doutorado tem a duração de 6 semestres compreendendo a frequência e aprovação na parte curricular, com duração de 2 semestres, e a elaboração de uma tese, com duração de 4 semestres.
4. Em casos devidamente fundamentados, a duração total do Doutorado poderá ser prorrogada anualmente até um máximo de dois anos.

5. A cada ano de prorrogação corresponde o pagamento de propinas igual ao montante devido no primeiro ano da realização da tese.
6. Os pontos 3, 4 e 5, supra, aplicam-se aos estudantes no regime de tempo integral. Para os estudantes em regime de tempo parcial aplicam-se as mesmas normas, mas conjugadas com o DESPACHO N.º 55/R/2012.
7. A aprovação na parte curricular confere o direito a um Diploma, emitido nos termos legalmente previstos.

## **GESTÃO DO DOUTORAMENTO**

---

- a) O Doutorado é gerido pelo Coordenador do Doutorado, nomeado pelo Diretor do Departamento de Ciências e Tecnologia (DCeT).
- b) O Coordenador é assessorado por um Vice-Coordenador e pelo Conselho Científico do Doutorado.
- c) O Vice-Coordenador é também nomeado pelo Diretor do DCeT, sob proposta do Coordenador do Doutorado.
- d) O Conselho Científico do Doutorado é composto pelos docentes do programa, e inclui também o Coordenador e Vice-Coordenador no caso de algum deles não ser docente.

## **COORDENADOR DO DOUTORAMENTO**

---

1. O Coordenador do Doutorado deverá ser um elemento da Secção de Matemática da Universidade Aberta e preferencialmente um especialista em matemática aplicada e modelação;
2. O mandato do Coordenador tem a duração de dois anos, renovável por iguais períodos de tempo.



3. O Coordenador pode ser destituído pelos órgãos competentes da UAb, por quem o nomeou, ou pelo plenário do DCeT regularmente convocado para o efeito.

### **VICE-COORDENADOR DO DOUTORAMENTO**

---

1. O Vice-Coordenador deverá ser um elemento da Secção de Matemática da Universidade Aberta e preferencialmente um especialista em matemática aplicada e modelação.
2. O mandato do Vice-Coordenador tem a duração de dois anos, renovável por iguais períodos de tempo.
3. O Vice-Coordenador pode ser destituído pelos órgãos competentes da UAb, por quem o nomeou, por proposta do Coordenador do Doutoramento formalizada junto do Coordenador de Departamento, ou pelo plenário do DCeT regularmente convocado para o efeito.
4. A cessação de funções do Coordenador implica a cessação de funções do Vice-Coordenador.

### **COMPETÊNCIAS DO COORDENADOR, VICE-COORDENADOR E CONSELHO CIENTÍFICO DO DOUTORAMENTO**

---

1. A equipa de Coordenação de curso, constituída pelo coordenador e vice-coordenador tem as funções de coordenação geral do doutoramento.
2. Compete ainda ao Coordenador:
  - a) garantir o bom funcionamento do Doutoramento, co-adjuvado pelo Vice-Coordenador;
  - b) monitorizar o nível de satisfação do estudante relativamente ao serviço prestado;
  - c) promover a escolha de 2 estudantes para representarem os estudantes e reúne duas vezes por ano com eles;
  - d) representar oficialmente o Doutoramento;

- e) promover a divulgação nacional e internacional do Doutoramento;
- f) coadjuvar os coordenadores das secções do Departamento de Ciências e Tecnologia na preparação da distribuição de serviço docente, sempre que solicitado;
- g) auxiliar os estudantes na definição da área temática da tese;
- h) elaborar e submeter à aprovação superior, a proposta de Despacho de Abertura de cada edição do Doutoramento incluindo o regime de ingresso e “numerus clausus”;
- i) despachar os assuntos correntes e submeter à aprovação ou homologação pelos órgãos competentes todos e quaisquer assuntos que requeiram aprovação superior;
- j) organizar com o Vice-Coordenador o curso de ambientação online dos novos estudantes;
- k) propor ao órgão competente da Universidade Aberta a exclusão do Doutoramento de qualquer estudante que revele inadaptação aos pressupostos do ensino a distância;
- l) garantir que depois de entregue a tese, a defesa ocorre no mais curto espaço de tempo;
- m) presidir ao Conselho Científico do Doutoramento;
- n) garantir com o Vice-Coordenador um conjunto de seminários e cursos curtos ministrados por especialistas de renome mundial na área do Doutoramento;
- o) aceitar os planos de estudo escolhidos por cada aluno, em conjunto com o Vice-coordenador;

3. Compete ao Vice-Coordenador:
  - a) colaborar ativa e lealmente com o Coordenador;
  - b) montar o espaço de ambientação e demais espaços de sociabilização para estudantes, docentes e página da coordenação;
  - c) colaborar ativamente na divulgação do curso;

- d) divulgar junto dos estudantes informação relevante, nomeadamente conferencias, concursos, bolsas, empregos, etc.
4. Compete ao Conselho Científico do Doutoramento:
- a) pronunciar-se sobre planos de estudo de estudantes, quando solicitado pela equipa de coordenação;
  - b) pronunciar-se sobre questões colocadas pelo Diretor do Departamento, quando solicitado;
  - c) contribuir ativamente para o desenvolvimento e melhoria do curso.

### **ORIENTADOR(ES) DE DOUTORAMENTO**

---

1. Cabe ao estudante escolher o(s) orientador(es), no que poderá ser auxiliado pelo Coordenador do Doutoramento;
2. O(s) orientador(es) de doutoramento é (são) designado(s) após completada a parte curricular para cada aluno, sendo necessário o acordo de todas as partes e posterior acordo do Coordenador em relação ao plano de trabalhos e equipa de orientação.
3. O orientador (ou orientadores) deverá ter afinidades à Matemática Aplicada, Estatística, ou Modelação, e poderá ser um docente da UAb, ou poderá ser exterior à UAb desde que cumulativamente sejam cumpridas as seguintes condições:
  - a) a orientação é feita em co-orientação com um docente da UAb, de uma área científica afim;
  - b) no caso de orientadores não docentes do programa, o orientador externo terá de ser aprovado pela maioria simples dos membros do Conselho Científico do Doutoramento; em caso de empate, o Coordenador tem voto de qualidade.

4. A equipa de orientação e o plano de trabalhos de tese de doutoramento terá de ser aprovado em Conselho Científico da Universidade Aberta;

### **PLANO DE TRABALHOS DE TESE DE DOUTORAMENTO**

---

1. Até 30 dias úteis após a aprovação na parte curricular, cada estudante em condições de admissão à preparação da tese entrega ao Coordenador de Doutoramento o Plano de Trabalhos de Tese de Doutoramento, em que é explicitado o título, objetivo e planeamento dos trabalhos propostos que conduzirão à escrita da tese.
2. Em anexo ao plano, devem constar os seguintes documentos:
  - a) Declaração de aceitação de cada orientador, devidamente assinado, indicando a novidade e importância do trabalho proposto;
  - b) *Calendário* indicando as datas em que deverão estar cumpridos os grandes marcos do projeto, nomeadamente submissão de artigos científicos e/ou publicitação de ferramentas computacionais.
3. Sempre que o calendário acordado em 2b) não seja cumprido, o Coordenador do Doutoramento terá de ser informado por ambas as partes.
4. A periodicidade de encontros desejável é a semanal e não pode ser mais rara que mensal em nenhum caso.

### **APROVAÇÃO NAS UNIDADES CURRICULARES**

---

1. O modelo de avaliação de conhecimentos e de classificação das unidades curriculares que integram o curso de Doutoramento, baseia-se fundamentalmente no modelo de avaliação contínua adotado na UAb para o ensino a distância dos 2º e 3º ciclos.

2. No final de cada unidade curricular haverá lugar a um trabalho individual, com cotação máxima de 40% da nota final.
3. Em caso de dúvida sobre a autoria do trabalho desenvolvido, podem ser pedidas provas complementares.
4. A classificação em cada unidade curricular será expressa na escala de 0 a 20 valores.
5. A classificação final da parte curricular será expressa no intervalo de 10 a 20 da escala numérica inteira de 0 a 20, bem como no seu equivalente na escala europeia de comparabilidade de classificações, tendo ainda em conta que:
  - a) a classificação final será a média ponderada em função dos ECTS das classificações obtidas nas unidades curriculares;
  - b) a aprovação na parte curricular requer que a classificação de cada componente seja igual ou superior a 10 valores.
6. A aprovação na parte curricular confere o direito à certificação da sua conclusão pela Universidade Aberta.

### **ADMISSÃO À PREPARAÇÃO DA TESE**

---

1. Poderá transitar para a tese qualquer estudante que termine a parte curricular, com média igual ou superior a 14 valores, ou em casos excepcionais, um estudante com média inferior mas no qual o conselho científico do doutoramento reconheça capacidade de investigação em determinada área.
2. Sem prejuízo da duração máxima do Doutoramento legalmente estipulada, o pedido de admissão à preparação da Tese deverá ser formalizado até 30 dias úteis após a aprovação na parte curricular, com a apresentação dos documentos dos pontos 1 e 2 da secção Plano De Trabalhos De Tese De Doutoramento.

3. O registo do tema da tese, após parecer do Coordenador do Doutoramento e aprovação pelo Conselho Científico da UAb, é comunicado por este órgão aos Serviços Académicos da Universidade.

### **ORIENTAÇÃO DA TESE**

---

1. Os candidatos devem apresentar anualmente ao Conselho Científico do Doutoramento um relatório escrito sobre a evolução dos seus trabalhos, assinado pelo estudante e pelo(s) orientador(es).
2. O candidato deverá submeter pelo menos um artigo a revista internacional com arbitragem durante elaboração da tese ou desenvolver pelo menos uma ferramenta computacional.
3. No caso particular da produção de ferramentas informáticas deve ser incluída na tese o manual de utilização e a indicação do local onde está disponível ao público uma versão estável do programa.

### **ADMISSÃO ÀS PROVAS DE DOUTORAMENTO**

---

1. Para que a tese seja aceite para discussão o estudante deverá ser autor ou co-autor de pelo menos uma publicação em revista internacional com arbitragem, sendo que esta deverá já ter sido submetida.
2. No caso dos estudantes cujo projeto contempla a elaboração de uma ferramenta computacional, só poderão submeter a tese depois de disponibilizar na internet uma versão estável da ferramenta produzida, acompanhada pelo respetivo manual de utilização e/ou artigo científico que a suporta.
3. No caso de existirem questões de confidencialidade em relação aos trabalhos desenvolvidos comprovados por escrito por entidades participantes como empresas e/ou institutos, o candidato poderá ser liberto da obrigatoriedade da disponibilização pública referida no ponto anterior
4. A escrita e defesa da tese será em língua portuguesa ou língua inglesa.

5. O candidato, após a conclusão dos trabalhos da tese, deve apresentar junto do Serviços Académicos da Universidade Aberta requerimento para a realização das provas de Doutoramento, acompanhado de todos os elementos que instruem o pedido de acordo com a legislação e regulamentos em vigor.

## **TESE E PROVAS DE DOUTORAMENTO**

---

1. A tese deve ser apresentada de acordo com as normas em vigor na Universidade Aberta, devendo ser acompanhada de um parecer do(s) orientador(es).
2. O júri de Doutoramento é proposto pelo Coordenador do Doutoramento, de acordo com a legislação e regulamentos em vigor.
3. O júri de Doutoramento deverá ser constituído de acordo com a legislação e os regulamentos em vigor na UAb.
4. As provas de Doutoramento realizar-se-ão nos termos da legislação e regulamentos em vigor.
5. No caso de aprovação, será conferida titulação do grau de Doutor.
6. A certidão de registo, o suplemento ao diploma e a carta doutoral serão emitidos pela Universidade Aberta.

## **SELEÇÃO, CALENDÁRIO, NÚMERO DE VAGAS, PROPINAS E TAXAS DE MATRÍCULA**

---

Os critérios de seleção, as datas de inscrição, o calendário letivo, o número de vagas, o número mínimo de estudantes, o montante das propinas e taxas de matrícula, e a calendarização e as condições de pagamento, são fixados anualmente no Despacho de Abertura.

## **APRESENTAÇÃO DE CANDIDATURAS**

---

1. As candidaturas deverão ser formalizadas em boletim de candidatura próprio.
2. O requerimento de candidatura, deve ser de acordo com o disposto no Despacho de Abertura

## **COMPETÊNCIA PARA A SELEÇÃO**

---

1. Compete ao júri de selecção seleccionar as candidaturas em cada edição do Doutoramento.
2. O júri decidirá sobre a admissão ou exclusão de cada candidato, conforme os critérios de admissão, sendo divulgadas aos candidatos as respetivas deliberações.

## **CRITÉRIOS DE SELEÇÃO**

---

1. Os candidatos serão selecionados de acordo com as condições de acesso com base nos seguintes elementos:
  - a) *curriculum* académico, científico e técnico;
  - b) experiência profissional na área do Doutoramento;
  - c) outros elementos incluindo cartas de recomendação e entrevista individual, sempre que o júri entender apropriado.

## **CLASSIFICAÇÃO E ORDENAÇÃO DOS CANDIDATOS**

---

1. Com base nos critérios referidos no artigo anterior, o júri procederá à classificação e ordenação dos candidatos e elaborará uma ata fundamentada da qual constará a lista de admitidos (incluindo os suplentes) e de não admitidos.
2. A ata e a lista de admitidos está sujeita a homologação pelo órgão competente da Universidade Aberta.

3. Os candidatos serão notificados da decisão relativa à classificação e respetiva ordenação.

## **PROPRIEDADE INTELECTUAL**

---

1. Os direitos de autor das teses e das ferramentas informáticas eventualmente produzidas pertencem aos respetivos doutorandos.
2. Sem prejuízo do disposto no número anterior, a Universidade Aberta poderá utilizar livremente o título e o resumo das teses de Doutoramento e permitir a consulta integral das mesmas, nomeadamente através dos seus serviços de documentação e biblioteca.

## **ANEXO I**

### **Áreas científicas e créditos que devem ser reunidos para a obtenção do grau**

QUADRO N.º 1

Área Científica	Sigla	ECTS Obrigatórios	ECTS Optativos
Matemática	Mat	0	220
Estatística	Est	0	170
Informática	Inf	0	10

**ANEXO II**  
**Plano de Estudos**

1º Ano

**QUADRO Nº 2.1**

<b>Unidades curriculares</b>	<b>Área Científica</b>	<b>Duração</b>	<b>Horas de trabalho</b>	<b>Horas de contacto</b>	<b>ECTS</b>
Análise Assintótica	Matemática	Semestral	260	20	10
Análise Não Linear	Matemática	Semestral	260	20	10
Análise Não Standard	Matemática	Semestral	260	20	10
Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	Semestral	260	20	10
Modelação Matemática I	Matemática	Semestral	260	20	10
Modelação Estatística I	Estatística	Semestral	260	20	10
Otimização I	Eng. Informática	Semestral	260	20	10
Probabilidade	Matemática	Semestral	260	20	10
Aplicações da Análise Não Standard	Matemática	Semestral	260	20	10
Métodos Numéricos para Equações Diferenciais com Derivadas Parciais	Matemática	Semestral	260	20	10
Modelação Matemática II	Matemática	Semestral	260	20	10
Modelação Estatística II	Estatística	Semestral	260	20	10
Otimização II	Estatística	Semestral	260	20	10
Problemas de Evolução	Matemática	Semestral	260	20	10
Problemas Inversos e Imagiologia Médica	Matemática	Semestral	260	20	10
Tópicos de Estatística Matemática	Estatística	Semestral	260	20	10

2º e 3º Anos

**QUADRO Nº 2.2**

<b>Unidades curriculares</b>	<b>Área Científica</b>	<b>Duração</b>	<b>Horas de trabalho</b>	<b>Horas de contacto</b>	<b>ECTS</b>
Tese	Matemática e/ou Estatística	anual	1560	60	120 (60+60)